

Kovács - a házfelügyelő - szedi össze a pénzt a lakóktól a lakásokra kitett új számok miatt. Szabó azt szeretné megtudni tőle, hogyan lehetséges, hogy nekik, a harmadik lépcsőházban, összesen 20%-kal többet kell fizetniük, mint a második lépcsőházban lakóknak összesen, pedig mindegyik lépcsőházban ugyanannyi lakás van. Kovács nem jön zavarba, elmagyarázza, hogy a kétjegyű számokért kétszer, a háromjegyűekért háromszor annyit kell fizetni, mint az egyjegyűekért. Hány lakás van egy lépcsőházban?

Megoldás. Feltesszük, hogy nagyobb sorszámú lépcsőházban nagyobb sorszámú lakások vannak. Kovács magyarázata miatt a harmadik lépcsőházban van háromjegyű házszám. Nyilván a második lépcsőházban nem lehet egyjegyű házszám, hisz akkor egy lépcsőházban 10-nél kevesebb házszám volna, bár a harmadik lépcsőházban már háromjegyű házszám is van. Legyen egy-egy lépcsőházban x darab lakás.

Kérdéses, hogy a második lépcsőházban van-e háromjegyű házszám. Eszerint két esetet különböztetünk meg.

1.eset: a második lépcsőházban nincs háromjegyű házszám. Ekkor a harmadik lépcsőházban fizetendő pénz $3(3x - 99)$ a háromjegyű házszámokra és $2(99 - 2x)$ a kétjegyű házszámokra, ami a feltételek szerint összesen

$$3(3x - 99) + 2(99 - 2x) = 1,2 \cdot 2x.$$

Átalakítva az egyenletet:

$$\begin{aligned} 9x - 297 + 198 - 4x &= 2,4x, \\ 2,6x &= 99. \end{aligned}$$

Ez pedig lehetetlen, hiszen x egész szám.

2. eset: a második lépcsőházban van háromjegyű szám. Hasonló egyenletet felírva:

$$\begin{aligned} 3x &= 1,2[2(99 - x) + 3(2x - 99)] \\ 2,5x &= 2(99 - x) + 3(2x - 99) \\ 2,5x &= 198 - 2x + 6x - 297 \\ 99 &= 1,5x \\ x &= 66 \end{aligned}$$

Ellenőrizzük, hogy ez valóban megoldás. Ha $x = 66$, akkor az 1. házban az 1,2,...,66; a 2. házban a 67,68,...,99,100,101,...,132; a 3. házban a 133,134,...,198 házszámok vannak, így a 2. ház $33 \cdot 2 + 33 \cdot 3 = 165$ pénzegységet és a 3. ház $3 \cdot 66 = 198$ pénzegységet fizet. Utóbbi valóban 20%-kal nagyobb előbbinél.

Tehát egy lépcsőházban 66 lakás van.