Kardos-Montágh Matematikaverseny, 2022.
III. forduló

A sikeres szerepléshez nem kell az összes feladatot megoldani. Az eredményeket az összes forduló teljesítménye alapján és évfolyamonként külön-külön értékeljük.

Elvileg különböző második megoldásra az eredeti pontszám legfeljebb 50 %-a kapható.

13. Határozzuk meg a_n-t zárt alakban!

$$a_n = 2a_{n-1} + 3^{n-1}; \quad n \geq 2; \qquad a_1 = 2 \qquad \text{(6 pont)}$$

14. Határozzuk meg a_n-t zárt alakban!

$$a_n = (n-1)\, a_{n-1} + n^2 - 3n + 1; \quad n \geq 2; \qquad a_1 = 1 \qquad \text{(6 pont)}$$

15. Határozzuk meg a_n-t zárt alakban!

$$a_n = \frac{(n+1)\, n\, (n-1)}{(n+4)\,(n+3)\,(n+2)}\,(a_{n-1}+1)\,; \quad n \geq 2; \qquad a_1 = 0 \qquad \text{(8 pont)}$$

16. Igazoljuk, hogy a sorozat racionális számokból áll.

$$a_n = \frac{1}{16}\left(1 + 4a_{n-1} + \sqrt{1+24a_{n-1}}\right); \quad n \geq 2; \qquad a_1 = 1 \qquad \text{(10 pont)}$$

17. Határozzuk meg a_n-t és b_n-t zárt alakban!

$$\begin{cases} a_n = 2a_{n-1} + 3b_{n-1} \\ b_n = 3a_{n-1} + 2b_{n-1} \end{cases} \quad n \geq 2; \qquad a_1 = 2; \qquad b_1 = 0 \qquad \text{(10 pont)}$$

18. Igazoljuk, hogy a sorozat egész számokból áll.

$$na_n = 2\,(2n-1)\, a_{n-1}; \quad n \geq 2; \qquad a_1 = 2 \qquad \text{(10 pont)}$$

Beküldési határidő: 2022. április 10. 23^{59}
Beküldési cím: matoktport@gmail.com
Email tárgy: III. forduló megoldásai

A megoldásokat kérjük egy (1!) levélben beküldeni a könnyebb feldolgozás érdekében. A megoldások csatolás formájában kerüljenek a levélbe, kizárólag PDF formátumban. A csatolt file neve ékezetek nélküli legyen és tartalmazza a beküldő nevét, továbbá a forduló sorszámát is (esetleg a feladat sorszámát, ha csak 1 feladatot tartalmaz). Szóköz helyett a "_" karakter alkalmazandó! Példák csatolt file nevekre:
gipszjakab_fordulo3.pdf
gipszjakab_fordulo3_feladat13.pdf