Budapesti Általános Iskolák Matematika Versenye
7. osztály
I. forduló
MEGOLDÁSOK

1. feladat: Igazak vagy hamisak az alábbi állítások? (Ne felejts el indokolni!)

a) Ha egy háromszögnek van 78°-nál nagyobb szöge, akkor van 52°-nál kisebb szöge is.

b) Ha n^2 osztható 18-cal, akkor n is osztható 18-cal.

c) Ha $a < b$, akkor $a^2 < b^2$.

(6 pont)

1. feladat megoldás:

a) Igaz. Ha ugyanis a másik két szöge 52° vagy annál nagyobb lenne, akkor a három szög összege legalább $78° + 52° + 52° = 182°$ lenne. *(2 pont)*

b) Hamis, egy ellenpélda $n = 6$. *(2 pont)*

c) Hamis, egy ellenpélda $a = -2$, $b = 1$. *(2 pont)*

2. feladat: Egy négyszög legkisebb és legnagyobb szögének összege éppen egyenlő a másik két szög összegével. A négyszög legkisebb szöge 50°, valamint még azt is tudjuk, hogy egyik szöge 20°-kal nagyobb egy másik szögénél. Mekkorák lehetnek a négyszög ismeretlen szögei? *(8 pont)*

2. feladat megoldás: A négy szög összege 360°. *(1 pont)*
A legkisebb és legnagyobb szög összege 180°, így ezek értéke 50° és 130°. *(1 pont)*
Jelölje a másik két szöget α és β ($\alpha + \beta = 180°$).

1. eset: pl. $\alpha = 50° + 20° = 70°$; ekkor $\beta = 110°$. *(2 pont)*

2. eset: pl. $\alpha + 20° = \beta$; ekkor $\alpha = 80°$ és $\beta = 100°$. *(2 pont)*

3. eset: pl. $\alpha + 20° = 130°$; ekkor $\alpha = 110°$ és $\beta = 70°$.
(Nem különbözik az 1. esettől) *(2 pont)*

3. feladat: Egy tanyasi udvaron kacsák, tyúkok és birkák legelésznek. A kacsák száma úgy aránylik a birkák számához, mint 2 : 5. A birkák száma a tyúkokéhoz, mint 1 : 5. Az állatoknak együtt 84-gyel több lába van, mint feje. Hány kacsa van a tanyán? *(8 pont)*

3. feladat megoldás: Legyen a kacsák száma k, a birkák száma b, a tyúkok száma t. Tudjuk, hogy $2 \cdot b = 5 \cdot k$, illetve $1 \cdot t = 5 \cdot b$. Vagyis a kacsák száma k, a birkák száma $\frac{5}{2} \cdot k$, a tyúkok száma pedig $\frac{5}{2} \cdot 5 \cdot k = \frac{25}{2} \cdot k$. Vagyis a fejek száma összesen $16 \cdot k$. *(3 pont)*
A lábak száma pedig rendre $2 \cdot k, 10 \cdot k$, illetve $25 \cdot k$.
Vagyis összesen $37 \cdot k$. *(3 pont)*
A kettő különbsége $21 \cdot k = 84$. Amiből $k = 4$. Tehát négy kacsa él a tanyán.
Valamint 10 birka és 50 tyúk. *(1 pont)*
Ellenőrzés: A fejek száma 64, a lábak száma $8 + 40 + 100 = 148$; így $148 - 64 = 84$. *(1 pont)*

Ha a versenyző a megadott arányoknak megfelelően megadja az állatok számát, de nem indokol, hogy miért nem lehet más megoldás, akkor kapjon 4 pontot. Ha valamilyen módon megjelenik az érvelés, hogy nem lehet más megoldást találni, akkor kapja meg a maximális pontot.

4. feladat: Egy dobozban 6 piros és 7 kék golyó van, a doboz mellett pedig sok piros és kék golyó. Ha kihúzunk 2 egyforma színű golyót, akkor egy kéket teszünk vissza; ha kihúzunk két különböző színűt, akkor egy pirosat.

a) Lehetséges-e, hogy néhány húzás után minden golyó kék színű lesz?

b) Lehetséges-e, hogy néhány húzás után minden golyó piros színű lesz?

c) 12 lépés után egyetlen golyó marad a dobozban. Milyen színű lehet ez a golyó?

(8 pont)

4. feladat megoldás:

a) Igen, lehetséges; ha pl. kihúzunk egymás után 3-szor két pirosat. *(2 pont)*

b) Igen, lehetséges; ha pl. kihúzunk egymás után 7-szer egy pirosat és egy kéket. *(2 pont)*

c) A piros golyók száma vagy nem változik, vagy 2-vel csökken; tehát a piros golyók számának a paritása állandó. *(2 pont)*
A piros golyók száma kezdetben páros, így a végállapotban is páros, azaz nulla. *(1 pont)*
12 lépés után mindig kék golyó marad. *(1 pont)*

5. feladat: Az a, b, c, d, e, f és g számok tízes számrendszerbeli számjegyeket jelölnek. Mennyi a g értéke, ha

$$a + b + c = 3;$$
$$c + d + e + f = 30;$$
$$f + g = 15?$$

(8 pont)

5. feladat megoldás: $a + b + c = 3$ esetén c értéke maximálisan 3 lehet. *(2 pont)*
A $c + d + e + f = 30$ egyenletből pedig a c értéke minimum 3. *(2 pont)*
Ebből következik, hogy $c = 3$. *(1 pont)*
Így viszont $d + e + f = 27$-ből $d = e = f = 9$ (és $a = b = 0$). *(2 pont)*
Így, ha $f = 9$, akkor $g = 6$. *(1 pont)*

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Kocsis Szilveszter, Orosz Gyula, Pereczes Marianna
Lektorálta: Kiss Géza