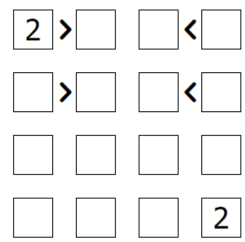
Budapesti Általános Iskolák Matematika Versenye
5. osztály
I. forduló
MEGOLDÁSOK

1. feladat: Két Bolha, Ugris és Bugris ugrál a számegyenesen. Ugris jobbra egy ugrással 8 egységet, balra pedig 6 egységet ugrik, míg Bugris egy ugrással jobbra 4-et, balra pedig 12-t halad. Ha Ugris a -11 pontból, Bugris pedig a 14 pontból indul, akkor lehet-e, hogy valamikor ugyanarra a számra ugranak? *(6 pont)*

1. feladat megoldás: Ugris páratlan számról indul, és egy ugrással csak páros egységnyit haladhat, tehát ő mindig páratlan számnak megfelelő ponton lesz az egyenesen. *(2 pont)*
Bugris páros számból indul, és egy ugrással ő is csak páros egységnyit ugorhat, tehát ő csak páros számnak megfelelő pontba érkezhet a számegyenesen. *(2 pont)*
Így a két bolha soha nem lehet egyszerre egy helyen. *(2 pont)*

2. feladat: Az ábrán látható 4×4-es táblázat mezőibe úgy kell beírni az $1, 2, 3, 4$ számokat, hogy minden sorban és minden oszlopban pontosan egy legyen mindegyikből, és a kisebb-nagyobb relációs jelek is teljesüljenek. Segítségül előre beírtunk két darab 2-es számot.



(6 pont)

2. feladat megoldás: $(1, 2)$ jelenti pl. a (balról) 1. oszlop (alulról) 2. mezőjébe (sorába) írt számot. Egy lehetséges gondolatmenetet mutatunk be. Maximális pontot ér bármilyen, helyes indoklása annak, hogy a táblázat egyféleképpen tölthető ki.
Soronként haladva:

A negyedik sor egyértelműen kitölthető a relációs jelek miatt. (A 2-es számjegy mellett csak az 1-es állhat, A maradék két számjegy helye a relációs jelek miatt egyértelmű.)

2	**1**	**3**	**4**
			2

(1 pont)

A (2, 3) és (3, 3) mező a relációs jelek miatt nem lehet 4, a (4,3) pedig azért, mert abban az oszlopban már van 4-es, ezért (1, 3) = 4. *(1 pont)*

A relációs jel miatt (4, 3) nem lehet 1, és a (2,3) sem, mert abban az oszlopban is van már 1-es, ezért (3, 3) = 1. Ezután a maradék két 2-es helye egyértelmű. *(1 pont)*

2	1	3	4
4	**2**	**1**	
		2	
			2

Innen a kitöltés befejezhető azt a szabályt figyelembe véve, hogy minden oszlopban és sorban mindegyik számból csak egyféle lehet. *(1 pont)*

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Kocsis Szilveszter, Orosz Gyula, Pereczes Marianna
Lektorálta: Kiss Géza

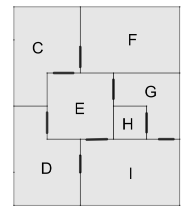
2	1	3	4
4	2	1	3
3	**4**	2	**1**
1	**3**	**4**	2

Az egyetlen lehetséges kitöltés tehát az ábrán látható.

(2 pont)

Helyes kitöltés és indoklás nélkül, hogy más egyéb kitöltés nem lehetséges: 5 pont.

3. feladat: Az ábrán egy múzeum egyik emeletének alaprajza látható. A termeket nagybetűvel jelöltük, a termek közötti ajtókat pedig a vastagabb vonalak jelzik. Egy látogató bejárta az összes termet úgy, hogy minden teremben pontosan egyszer járt és minden ajtón legfeljebb egyszer ment át.
a) Melyik teremből indulhatott és melyikbe érkezhetett?
b) Hányféle úton mehetett?



(6 pont)

3. feladat megoldás: Mivel az F és a H termekbe csak egy ajtó nyílik, ezért a látogató az F-ből indult és a H terembe érkezett, vagy pedig a H-ból indult és az F terembe érkezett. *(2 pont)*
Ha F-ből indul, onnan csak C-be, C-ből csak E terembe mehet. E-ből I-be nem mehet, mert onnan már a D termet csak úgy tudja elérni, ha még egyszer bemegy az E-be. Ezért E-ből kizárólag a D terembe mehet, és onnan már egyértelmű az útja. *(2 pont)*
Tehát a lehetséges útvonalak: FCEDIGH vagy HGIDECF. *(2 pont)*

Megjegyzés: Ha a versenyző csak az F-ből H-ba, vagy csak a H-ból F-be vezető utat számolja, de az indoklásokat megfelelően megteszi, akkor 5 pontot kapjon. Egy helyes sorrend közléséért 4 pont jár. Indoklás nélküli 2 helyes sorrend maximális pontot ér.

4. feladat: Anna, Béla és Cili megettek egy tábla csokoládét közösen, egy kocka sem maradt. A tábla 21 kocka csokiból áll. Anna azt állította, hogy ő csak egyet evett. Béla azt mondta, hogy a táblának legalább a felét ő ette meg. Cili bizonygatta, hogy ő többet evett, mint mindenki más együttvéve. Dani, akinek sajnos egy árva kocka csokoládé sem jutott, biztosan állította, hogy Cili ette a legtöbbet. Legfeljebb hány kocka csokoládét ehetett Béla, ha tudjuk, hogy pontosan az egyikőjük nem mondott igazat? *(6 pont)*

4. feladat megoldás: Béla és Cili közül mindketten nem mondhattak igazat, tehát egyikük hazudott.

(2 pont)

Ha Béla mondott igazat, és Cili hazudott, akkor Béla legalább 11 kockát evett, de ekkor Dani igaz állítása miatt Cili legalább 12-t, ami összesen több lenne 21-nél, ezért ez nem lehetséges. *(1 pont)*

Ezért Béla hazudott, így ő kevesebb, mint 11 kockát ehetett.
Ha Anna 1, Béla pedig 10 kockát evett, akkor Cili saját igaz állítása (vagy Dani igaz állítása) miatt 11-et kellene legalább megegyen, de így összesen több, mint 21 kockát ettek volna meg. Ezért Béla nem ehetett 10 kocka csokit. *(1 pont)*

Ha Anna 1, Béla 9, Cili pedig 11 kockát evett, akkor Anna, Cili és Dani igaz állítást mondott, Béla pedig hazudott és összesen tényleg 21 kocka csokit ettek. *(1 pont)*

Tehát Béla legfeljebb 9 kocka csokoládét ehetett meg. *(1 pont)*

5. feladat: Kristóf és Lóránt egységkockákat ragasztottak össze és így mindketten egy $4 \times 4 \times 4$-es nagyobb kockát kaptak.
- Képzeld Lóránt, az én kockám nem tömör. Hiányzik a közepéből néhány kiskocka - mondta Kristóf.
- Képzeld, az enyém sem tömör, az enyémből is hiányzik kocka. A kettőnk összes egységkockájának felhasználásával viszont ki tudnánk rakni egy tömör, nagyobb kockát is - válaszolta Lóránt Kristófnak.
Hány kockát használhatott fel Kristóf és Lóránt külön-külön? *(6 pont)*

5. feladat megoldás: Kristófnak és Lórántnak az építményei küllemre $4\times4\times4$-esek, vagyis 64 egységkockából állnak, de mivel üregesek, ezért legalább 1, maximum 8 db hiányzik belőlük. Ezért egyenként minimum 56, maximum 63 kockából állhatnak. *(3 pont)*
Így kettejük kockáinak a száma 112 és 126 között lehet. *(1 pont)*
Az egyetlen köbszám ezen két szám között a 125 ($5 \times 5 \times 5$). *(1 pont)*
Vagyis egyiküknek 63, másikuknak 62 kockája volt, amiből megépítette üreges kockáját. Más megoldás nincs. *(1 pont)*

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Kocsis Szilveszter, Orosz Gyula, Pereczes Marianna
Lektorálta: Kiss Géza