Budapesti Általános Iskolák Matematika Versenye
7. oszály
II. forduló
MEGOLDÁSOK

1. feladat: András, Béla, Cecília, Dénes, Emma, Fanni és Gábor választottak egy-egy egész számot 2-től 4-ig. Akik ugyanazt a számot választották, azok egy csapatba kerültek. Amikor Hajni megkérdezte őket a számaikról, ezeket tudták válaszolni:
(1) András: Bélával voltam egy csapatban.
(2) Béla: Nem a 4-et választottam.
(3) Cecília: Én a fiúbarátommal ugyanazt a számot választottam, és Dénes nem velem volt egy csapatban.
(4) Dénes: Egyik lánnyal sem választottam ugyanazt a számot.
(5) Emma: Fannival voltam egy csapatban.
(6) Fanni: Mi csak ketten voltunk a csapatban.
(7) Gábor: A hármat választottam, és nem Dénessel voltam közös csapatban.
Ki melyik számot választotta, ha két számot ketten, és egy számot hárman választottak?

(10 pont)

1. feladat megoldás: (1) A és B egy csapat, számuk 2-es vagy 3-as.

(1 *pont*)

(3) C és G vagy C, A és B egy csapat.

(1 *pont*)

(4) D, A és B vagy D, G egy csapat.

(1 *pont*)

(5-6) E és F egy csapat, nincs velük harmadik.

(1 *pont*)

(7) Gábor nem Dénessel volt, és nem lehetett András-Bélával sem, mert
akkor Dénes egyedül maradna (4),

(1 *pont*)

így csak Cecíliával lehetett egy csapatban,

(1 *pont*)

ők választották a 3-ast.

(1 *pont*)

Dénes Andrással és Bélával volt egy csapatban,

(1 *pont*)

ők választották a 2-est.

(1 *pont*)

Emma és Fanni pedig a 4-es számot választotta.

(1 *pont*)

Összesen : **..............(10 *pont*)**

2. feladat: Egy kiránduláson 47 tanuló vett részt, és mindannyian vettek maguknak valamilyen ajándékot, mindenki egyet. Egy árusnál háromféle ajándéktárgyat lehetett kapni: 4 petákért kulcstartót, 6 petákért fotóalbumot és 7 petákért pólót. A diákok az ajándéktárgyakra összesen 200 petákot költöttek. Mennyit vásárolhattak az egyes ajándékokból összesen?

(10 pont)

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Jakucs Erika, Kocsis Szilveszter, Pereczes Marianna
Lektorálta: Kiss Géza

2. feladat megoldás: Minden gyerek elköltött legalább 4 petákot, tehát összesen $4 * 47 = 188$ petákot levehetünk a 200 –ból.

(2 *pont*)

A fennmaradó 12 peták többlet abból származik, hogy voltak, akik ehhez képest 2 vagy 3 petákkal költöttek többet, mert fotóalbumot vagy pólót vettek.

(1 *pont*)

Foglaljuk táblázatba a lehetséges eseteket. A táblázatból látható, hogy vagy 41 db kulcstartót és 6 db fotóalbumot; vagy 42 db kulcstartót, 3 db fotóalbumot és 2 db pólót; vagy 43 db fotóalbumot, és 4 db pólót vásárolhattak a tanulók.

+2	+3	vásárlás:		
		kulcstartó	fotóalbum	póló
6	0	41	6	0
3	2	42	3	2
0	4	43	0	4

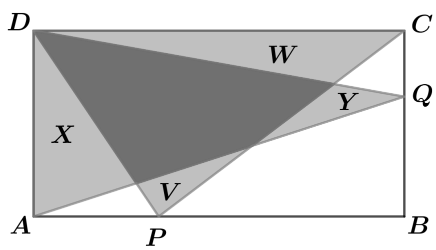
(2 *pont*)
(2 *pont*)
(2 *pont*)

***Összesen* : ....(10 *pont*)**

3. feladat: Az $ABCD$ téglalap AB oldala 8 cm, BC oldala 4 cm. Az AB oldal egy tetszőleges pontja P, a BC oldal egy tetszőleges pontja pedig Q. P-t összekötöttük D-vel és C-vel, Q-t pedig A-val és D-vel. Igazoljuk, hogy a sötétszürke terület egyenlő a fehér területek összegével!

(10 pont)

3. feladat megoldás:



(1) $\frac{T_{téglalap}}{2} = T_{AQD} = T_{szürke} + T_X + T_Y$.

(2 *pont*)

A maradék a téglalap területének másik fele.

(1 *pont*)

Így: $T_{szürke} + T_X + T_Y = T_{fehér} + T_V + T_W$

(1 *pont*)

(2) $\frac{T_{téglalap}}{2} = T_{DCP} = T_{szürke} + T_V + T_W$.

(1 *pont*)

A maradék a téglalap területének másik fele.

(1 *pont*)

Így: $T_{szürke} + T_V + T_W = T_{fehér} + T_X + T_Y$

(1 *pont*)

(1) és (2) –ből: $2 * T_{szürke} + T_X + T_Y + T_V + T_W = 2 * T_{fehér} + T_X + T_Y + T_V + T_W$

(1 *pont*)

azaz: $2 * T_{szürke} = 2 * T_{fehér}$

(1 *pont*)

tehát: $T_{szürke} = T_{fehér}$, amit igazolni kellett.

(1 *pont*)

***Összesen* : ....(10 *pont*)**

4. feladat: Huszonhét darab szabályos dobókockából egy nagyobb kockát rakunk össze. Lehet-e a nagyobb kocka felszínén a pöttyök száma összesen:
a) 90?
b) 290?
(A szabályos dobókocka szemközti lapjain összesen 7 pötty van.)

(10 pont)

4. feladat megoldás: A nagy kockán háromféleképpen helyezkedhetnek el a kisebb kockák:
a nagy kocka csúcsainál - ekkor a kis kocka három, egy csúcsban találkozó lapja látszik;

(1 *pont*)

élközépen - ekkor a kis kocka két szomszédos lapja látszik;

(1 *pont*)

lapközépen - ekkor a kis kockának egy lapja látszik.

(1 *pont*)

A sarokkockákon a látható pöttyök lehető legkisebb összege $1 + 2 + 3 = 6$,

(1 *pont*)

az élközépkockákon $1 + 2 = 3$,

(1 *pont*)

a lapközépkockákon 1.

(1 *pont*)

Sarokkockából 8 van, élközépkockából 12, lapközépkockából 6,

(1*pont*)

tehát az elérhető legkisebb összeg: $8 * 6 + 12 * 3 + 6 * 1 = 90$,
ezért a 90 mint összeg éppen megvalósítható.

(1 *pont*)

Az elérhető legnagyobb összeg ennek alapján $8 * (6 + 5 + 4) + 12 * (6 + 5) + 6 * 6 = 288$,

(1 *pont*)

tehát a 290-es összeg nem valósítható meg.

(1 *pont*)

Összesen : **..............(10 *pont*)**

5. feladat: Egy négyzetet darabolj fel háromszögekre úgy, hogy ezen háromszögek mindegyike pontosan három másikkal legyen határos! Egy háromszöget határosnak nevezünk egy másik háromszöggel, ha van közös oldaluk vagy oldalaiknak van közös szakasza (amelynek hossza nagyobb nullánál).

Adj meg három különböző ilyen feldarabolást! (Két feldarabolás különböző, ha a háromszögek száma különböző.)

(10 pont)

5. feladat megoldás: Első helyes ábra

(5 *pont*)

Második helyes ábra

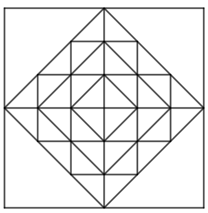
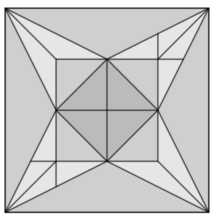
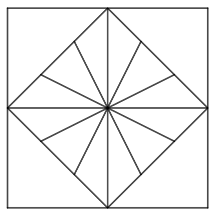
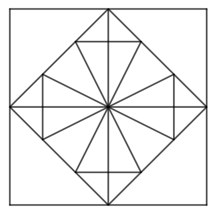
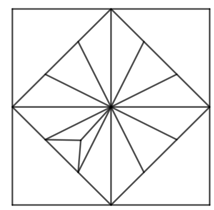
(3 *pont*)

Harmadik helyes ábra

(2 *pont*)

***Összesen* : ....(10 *pont*)**

Néhány példa:

 ,  ,  ,  , 

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Jakucs Erika, Kocsis Szilveszter, Pereczes Marianna
Lektorálta: Kiss Géza