

Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye

8. osztály

2011 – 2012

Első forduló

Javítás

1. Milyen egész számok esetén lesz a $(3x-2)(8+4x)$ kifejezés értéke

- a., pozitív
- b., negatív
- c., nulla ?

M: Egy kéttényezős szorzat pontosan akkor pozitív, ha tényezői azonos előjelűek, s akkor negatív, ha különböző előjelűek, s akkor 0, ha valamelyik tényező 0.

$3x-2$ pozitív, ha x legalább 1, negatív, ha legfeljebb 0, s olyan egész szám nincs, amire 0 lenne.

$8+4x$ pozitív, ha x legalább -1, negatív, ha legfeljebb -3, és 0, ha $x=-2$.

Így látható, hogy

- a. a kifejezés akkor pozitív, ha x legalább 1 vagy legfeljebb -3.
- b., a kifejezés negatív, ha x -1 vagy 0
- c., a kifejezés 0, ha x -2.

2. Bizonyítsuk be, hogy egy matematikai konferencián azoknak a matematikusoknak a száma, akik páratlan számszor fogtak kezét kollégáikkal, páros. (Nem biztos, hogy mindenki mindenkivel kezét fog.)

M: Egy kézfogáshoz 2 ember kell. Így az összes kézfogások száma páros. S egy összeg csak akkor páros, ha páros sok páratlan összeadandó van benne.

3. Bizonyítsuk be, hogy bármely két- vagy többjegyű szám számjegyeinek szorzata kisebb, mint maga a szám!

M: Álljon egy kétjegyű szám tizedesei helyén 'a', egyesei helyén „b”. A szám értéke így $10a+b$. A jegyek szorzata ab . Mivel b kisebb 10-nél, így igaz az állítás. Három vagy többjegyű szám esetén ugyanez a gondolatmenet alkalmazható.

4. Egy szabályos ötszög „A” csúcsából induló átlói hány fokra vágják az ötszög „A” csúcsnál levő szögét?

M: A szabályos ötszög egyik szöge 108 fokos. A felrajzolt egyenlő szárú háromszögekből kiszámolható, hogy mindhárom keletkezett szög 36 fokos. Így a feladat úgy is kitűzhető lett volna: Bizonyítsuk be, hogy a kérdéses szöget az átlók egyenlő részekre bontják.

5. Az ezernél nem nagyobb pozitív egész számok között hány olyan van, amely

- a., osztható 2-vel vagy 3-mal vagy 5-tel,
- b., nem osztható sem 2-vel, sem 3-mal, sem 5-tel,
- c., a 2, 3 és 5 számok közül pontosan kettővel osztható?

M: A célszerűen elkészített halmazábrából látható, hogy

- a., 2-vel vagy 3-mal vagy 5-tel 734
- b., se2-vel, se3-mal, se 5-tel 266
- c., a 2,3 és 5 közül pontosan kettővel 233 szám osztható a kérdéses számok közül.

