

Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
Döntő
8. osztály
2010

1. Van négy edényünk. Az első háromban víz van, a negyedik üres. A másodikban kétszer annyi víz van, mint az elsőben és a harmadikban kétszer annyi víz van, mint a másodikban. Ha a negyedik edénybe átöntjük az első edényből a víz felét, a másodikból a víz harmadát és a harmadikból a víz negyedét, akkor a negyedik edényben 26 l víz lesz. Hány liter víz van az összes edényben együttvéve?

2. Ábel egy papírra egymás után egész számokat írt. A következőt az előzőből úgy kapta, hogy felváltva kettővel szorozta, illetve levont hármat. Például az 1; 2; -1; -2; -5; -10 számsorozat eleget tesz a feltételnek, de a 10; 7; 4; 8; 16; 32 számsorozat nem tesz neki eleget. Egy idő múlva összeadta az utolsónak leírt öt számot, 114-t kapott. Melyik 5 számot adta össze?

3. Adottak a koordináta-rendszerben az $A(0;0)$, $B(5;0)$, $C(3;2)$, $D(0;1)$ pontok. Bizonyítsuk be, hogy az ABCD négyszög átlói 45° -os szöveget zárnak be egymással!

4. Gondoltunk egy pozitív egész számra, melyben nagyobb számjegy nem előz meg kisebb számjegyet. Számjegyeinek minden lehetséges módon való felcserélésével további öt különböző számot lehet képezni. Ha az utóbbi öt számot hozzáadjuk az eredeti számhoz, akkor 4218-at kapunk. Mely számra gondolhattunk?

5. Bizonyítsuk be, hogy ezer egymás utáni természetes szám összege nem lehet prímszám!