Szakköri feladatok
- rekurzív sorozatok -

Előző foglalkozásokról maradt:

13, $x^2 - 24x + 142 = \sqrt{x-10} + \sqrt{14-x}$.
15, $x^6 - x^3 - 2x^2 - 1 = 2(x - x^3 + 1)\sqrt{x}.$

1, $\begin{cases} x^2 + y^2 2x + 2y + 1 = -2xy, \\ (x+y)^4 + x = 2. \end{cases}$

9, $\begin{cases} x - 2y = 1, \\ x^3 y + 4xy^3 = 33215 \end{cases}.$

Új feladatok:

1, Az $\{a_n\}$ sorozatot a következőképpen értelmezzük:

$$a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_2 = \frac{1}{3} \quad \text{és} \quad a_{n+2} = \frac{a_n a_{n+1}}{3a_n - 2a_{n+1}}.$$

Adjuk meg a sorozat n-edik tagját n függvényében!

2, Az $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$ egész számokból álló sorozatot a következőképpen definiáljuk:

a.) $a_1 = 1,$

b.) minden pozitív egész n-re $a_{n-1} \cdot a_{n+1} = a_n + 1,$

c.) $a_2 > a_1.$

Számítsuk ki a sorozat első 2004 darab elemének összegét!

3, Tudjuk, hogy $a_1 = 4,\ a_{n+1} = 3a_n - 2,\ n = 1,2,3,\ldots.$
Adjuk meg a sorozat n-edik tagját explicit alakban!

4, Tudjuk, hogy $a_1 = 2,\ a_2 = 8,\ a_{n+2} = 4a_{n+1} - 3a_n, n = 1,2,3,\ldots.$
Adjuk meg a sorozat n-edik tagját explicit alakban!

5, Egy sorozatra $a_1 = 1,\ a_2 = 9,\ a_{n+2} = 9a_{n+1} - 20a_n,\ n = 1,2,3,\ldots$
Adjuk meg a sorozat n-edik tagját explicit alakban!

6, Egy sorozatra $a_1 = 3,\ a_2 = 15,\ a_{n+2} = 5a_{n+1} - 4a_n,\ n = 1,2,3,\ldots$
Adjuk meg a sorozat n-edik tagját explicit alakban!

7, Egy sorozatra $a_1 = 29,\ a_2 = 85,\ a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n,\ n = 1,2,3,\ldots$
Adjuk meg a sorozat n-edik tagját explicit alakban!

8, Hányféleképpen lehet egy $2 \times n$-es téglalapot kirakni 2×1-es dominókkal?

9, Igazoljuk a Fibonacci-számokra vonatkozó alábbi azonosságokat!

a) $F_{m+n} = F_{m-1}F_n + F_m F_{n+1}$ b) $F_{2n-1} = F_{n-1}^2 + F_n^2$

c) $F_1^2 + F_2^2 + \ldots + F_n^2 = F_n F_{n+1}.$