1. Legyenek a és b olyan nemnegatív egészek, melyekre $a^2 + b + 2$ és $b^2 + 4a$ négyzetszámok. Határozzuk meg a és b lehetséges értékeit.

2. Felbontható-e egy zárt körlemez 2 diszjunkt egybevágó részre?

3. **(a)** Egy másodfokú egész együtthatós polinom főegyütthatója 1 és végtelen sok egész helyen vesz fel négyzetszámot. Igazoljuk, hogy egy elsőfokú polinomnak a négyzete.

(b) Mutassuk meg, hogy ha a főegyüttható nem 1, akkor ez nem feltétlenül teljesül.

(c) Adjunk meg olyan $p(x) = x^2 + ax + b$ egész együtthatós polinomot, amely nem teljes négyzet, de legalább 2003 egész helyen négyzetszámot vesz fel.

(d) Legyen $p(x) = x^2 + ax + b$ olyan egész együtthatós polinom, melyre $a^2 - 4b$ nem 0. Nevezzük $p(x)$-et „N-polinomnak", ha N szomszédos egész helyen négyzetszámot vesz fel. Adjunk meg egy 3-polinomot. Igazoljuk, hogy ha N legalább 3 akkor 64 osztója lesz $(a^2 - 4b)$-nek.

4. Legyen $a_0 = 0$, $a_1 = 1$, $2(a_{m+n} + a_{m-n}) = (a_{2m} - a_{2n})$. Adjunk a sorozatra explicit képletet.

5. A táblán van n darab pozitív egész. Egy lépésben letörlünk két különbözőt és felírjuk helyettük a legnagyobb közös osztójukat és a legkisebb közös többesüket. Ezt ismételjük, amíg lehet. Mi fog történni?

6. Keressük meg mindazon x és y pozitív egészeket, melyek legnagyobb közös osztóját z-vel jelölve fennáll, hogy $x + y^2 + z^3 = xyz$.