Először megbeszéltük a válogatóverseny feladatait:

Olimpiai válogatóverseny IMO 2003, Tokyo, július 11-19.

1. Az s_1, s_2, s_3, … , s_{2003} nemnegatív valós számok összege 2, továbbá tudjuk, hogy $s_1s_2+s_2s_3+s_3s_4+\ldots+s_{2002}s_{2003}+s_{2003}s_1=1$. Legyen $S= s_1^2+s_2^2+\ldots+s_{2003}^2$. Határozzuk meg az adott feltételek mellett S lehetséges legkisebb és legnagyobb értékét.

2. A hegyesszögű ABC háromszög belsejében levő P pontra igaz, hogy $APB\angle=BPC\angle=CPA\angle$. A BP és CP egyenesek az AC és AB oldalakat rendre D-ben és E-ben metszik. Mutassuk meg, hogy

$$AB+AC\geq 4DE.$$

3. Egy sakk körmérkőzésen k ember vett részt és mindenki mindenkivel egyszer játszott. Miután az összes mérkőzés lezajlott kiderült, hogy bármely 4 versenyző között van olyan, aki a többi három versenyző közül egyet megvert, egytől kikapott, a harmadikkal döntetlenben egyezett meg. Legyen ilyen feltételek mellet k a lehető legnagyobb. Bizonyítsuk be, hogy $6\leq k\leq 9$.

(1. koreai versenyfeladat; 2. IMO shortlist 2002; 3. Belorusz válogató)

---

4. Az A, B, C nem kollineáris pontok síkjában keressük meg azon X pontok mértani helyét, melyekre $XA^2+XB^2+AB^2=XB^2+XC^2+BC^2=XC^2+XA^2+CA^2$.

5. Igazoljuk, hogy ha a és b egészek, akkor létezik olyan c egész, hogy az M és N halmazoknak ne legyen közös eleme. $M=\{x^2+ax+b;\ x \text{ egész}\}$, $N=\{2x^2+2x+c;\ x \text{ egész}\}$

6. Az ABC háromszög és az ABD háromszög beírt köre is ugyanabban a P pontban érinti az AB oldalt. Igazoljuk, hogy a körök érintési pontjai az AC és BC illetve az AD és BD oldalakon húrnégyszöget alkotnak!

7. Legyen k rögzített pozitív egész. Mutassuk meg, hogy végtelen sok $n2^k-7$ alakú négyzetszám van!