

1. feladat

Az x, y valós számok összege pozitív, továbbá

$$x^3 + y^3 + 3xy = 1. \quad (1)$$

Határozzuk meg $x + y$ értékét!

Forrás és elemzés:

<http://matek.fazekas.hu/portal/tovabbkepzesek/szeminarium/2011/2011pub02.pdf>

2. feladat

Lehet-e az

$$x^5 - x - 1, \quad x^2 + ax + b \quad (a, b \in \mathbf{Q})$$

polinomoknak közös komplex gyöke?

3. feladat

Az $ABCD$ érintőnégyyszög a beírt kört az $AB, BC, CD,$ és DA oldalaival a K, L, M és N pontokban érinti. Tekintsük a C -n átmenő, BD átlóval párhuzamos egyenest. Az egyenest az NL és KM egyenesek a P és Q pontokban metszik. Igazoljuk, hogy $CP = CQ$.

Forrás és elemzés:

<http://matek.fazekas.hu/portal/tovabbkepzesek/szeminarium/2011/2011pub06.pdf>

4. feladat

Legyen $a_0 > 0, c > 0$ és

$$a_{n+1} = \frac{a_n + c}{1 - a_n c}.$$

Lehetséges, hogy $a_0, a_1, \dots, a_{2013} > 0,$ de $a_{2014} < 0$?

Forrás:

<http://matek.fazekas.hu/portal/feladatbank/egyeb/Haziversenyek/Faztabor/2005/>

5. feladat

ABC hegyesszögű háromszög, magasságai $AA_1, BB_1, CC_1,$ magasságpontja $M.$ AB felezőpontja $F.$ AB és A_1B_1 metszéspontja $P.$ Bizonyítsuk be, hogy PM merőleges CF -re!

Forrás:

<http://matek.fazekas.hu/portal/feladatbank/egyeb/Haziversenyek/Faztabor/2005/>

6. feladat

Adott az ABC egyenlő oldalú háromszög belsejében a P pont úgy, hogy $PA = 6, PB = 8, PC = 12.$ Határozza meg az ABC háromszög területét.

Forrás és elemzés:

<http://matek.fazekas.hu/portal/tovabbkepzesek/szeminarium/2010/2010pub07.pdf>