

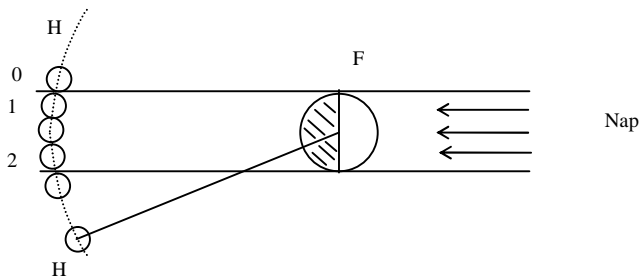
Gyakorlati feladatok égen-földön – Feladatsor

1.1. feladat: A Föld és a Vénusz hozzávetőlegesen körpályán kering a Nap körül, ugyanabban a síkban, más-más sebességgel. A Nap–Föld–Vénusz szög az idő függvényében változik, de sohasem haladja meg a 46° -ot. Mekkora a Vénusz pályájának a sugara, ha a Nap–Föld távolság közelítőleg 150 millió km? (Matematika Határok Nélkül verseny, 1999)

Bónusz 1. Középkori csillagászati megfigyelések szerint – jó közelítéssel – 779 naponként kerül opozícióba a Mars és a Föld. Közelítőleg hány (földi) nap a Mars Nap körüli keringési ideje?

vagy 1.2. feladat: A Mars Nap körüli keringési ideje 687 (földi) nap. Hozzávetőlegesen milyen időközönként kerül opozícióba a Mars, a Föld és a Nap?

1.3. feladat: Az időszámításunk kezdete előtti III. évszázadban szamoszi Arisztarkhosz egy holdfogyatkozást követően közelítő becslést adott a Hold átmérőjére. Megfigyelte, ahogyan a Hold bekerül a Föld árnyékába. Azt tapasztalta, hogy a Hold egy óra alatt futotta be az átmérőjének megfelelő távolságot (az ábrán a 0 és 1-es helyzet). Majd további két óra alatt ér el a Föld-árnyék másik széléhez (2-es helyzet). Arisztarkhosz ebből arra következtetett, hogy a Hold átmérője a Föld átmérőjének kb. a harmada. Feltételezve, hogy a Hold körpályán egyenletes sebességgel 27 nap alatt kerüli meg egyszer a Földet, adjuk meg a Föld és a Hold távolságot! (A Föld átmérőjét vegyük 1 egységnek.)



1.4. feladat: A világűrben a távolságot más jellegű mértékegységekkel mérik, mint a Földön. Az alapegység, az 1 csillagászati egység (Cs.E.) a Nap–Föld átlagos távolsága, ami kb. 150 millió km. 1 parszek az a távolság, ahonnan 1 másodperces szög alatt látszik ez az egységnyi Nap–Föld középtávolság. Hány parszek egy fényév?

2. A jövő űrutazóinak problémáiból

2.1. feladat: Egy jövőbeni űrutazó egy kis egyedüllétre vágyik, ezért a Naprendszer sűrűn lakott, zsúfolt nagybolygóitól távolabbra költözik. Olyan kisbolygót vagy holdat keres, amelyik azért nem túl kicsi. „Mondjuk” – gondolja –, „legyen a felszíne legalább akkora, mint amekkora őseim Magyarországa volt”. Az égitestek alakját gömbnek tekintve, mekkora sugarú bolygót keressen? Mekkora ezen égitest felszínén a nehézségi gyorsulás?

2.2. feladat: Mekkora a szökési sebesség azon az R sugarú bolygón, amelyen a nehézségi gyorsulás g? A vízszintes irányban szökési sebességgel haladó test nem esik le a földre, a bolygó körül körpályára áll, mintegy „elszökve” a bolygótól. (Ez az ún. első szökési sebesség.)

2.3. feladat: A kisbolygón tehát elég kényelmetlen a mindennapi élet, így az utazó inkább elköltözik a Holdra. Itt már óvatos: első dolga megmérni, hogy legfeljebb milyen messzire tud elhajtani egy kavicsot. Mekkora szögben kell indítania a 20 m/s kezdősebességű dobást, hogy a kavics a Hold felszínén a lehető legmesszebbre jusson? (Hanyagoljuk el a dobó magasságát, azaz tekintsük úgy, hogy a hajítás a felszínről indul.)

Oldjuk meg a feladatot $v_0 = 30$ m/s és $v_0 = 40$ m/s kezdősebességekkel is!

2.4. feladat: Vajon lényeges a 45° körüli kezdőszög? Számítsuk ki a dobástávolságokat a 35° , 40° , 50° és 55° értékekre is!

2.5. feladat: Az űrhajós házat épít a Holdon. Mekkora a látótávolság a ház 5 méter magas ablakából?

2.6. feladat: Miközben az űrhajós a Hold felszínén felfedező utakat tesz, a ruhájába épített helyzetjelző készülék mindig mutatja, hogy éppen merre jár. Legalább hány mesterséges hold szükséges ahhoz, hogy távolságméréseikkel az űrhajós helyzete egyértelműen azonosítható legyen?

2.7. feladat: Mekkora felülete látszik egy bolygónak a felszínétől h magasságban keringő mesterséges holdról?

2.8. feladat: Legkevesebb hány műholdra van szükség ahhoz, hogy a bolygó teljes felszínét megfigyelhessük?

2.9. feladat: Az űrhajós lakást épít magának az űrben. A lakásról a következőket tudjuk:

- (1) Bármely két helyiség között legfeljebb egy zsilip van.
 - (2) Bármely helyiségből legfeljebb egy zsilip nyílik a lakáson kívüli űrbe.
 - (3) A lakásban összesen 21 zsilip van.
 - (4) A helyiségek egybevágó téglalapot alkotnak.
- Legalább hány helyiség van a lakásban?

2.10. feladat: Az űrutazó nyaralót keres magának a Szaturnuszon. Persze olyan „telket” vásárolna, amelyről jó kilátás nyílik a bolygó nevezetes szín pompás gyűrűire. A Szaturnusz melyik szélességi köréről látszik a gyűrű a legszeleesebbnek? (A Szaturnusz sugara $R = 56\,900$ km, az Egyenlítő fölötti gyűrű belső és külső sugara $88\,500$ km, illetve $138\,800$ km.)

Kitűzött feladatok

2.11. feladat: A Hold-utazás során az űrhajó egy nagy síkságon, a Nyugalom tengerén landol. Egy űrhajós szeretné kiszámítani a Hold sugarát, ezért lézersugár segítségével leméri a horizonton látható legtávolabbi kődarab távolságát. Ez 2395 méternek adódott. A mérőeszköz 1,65 méter magasságban volt a talaj fölött. Határozzuk meg 1 km-es pontossággal a Hold sugarát.

2.12. feladat: A Holdon tartózkodó űrutazó egy szakadék AB hosszúságát szeretné megmérni. Sajnos, a terepviszonyok nem teszik lehetővé, hogy a szakadék partjára eljusson, de nem esik kétségbe, és a következő mérési eljárást hajtja végre.

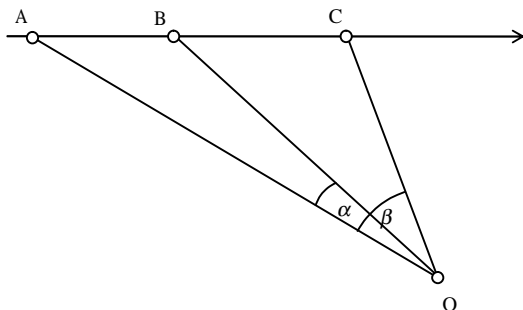
Egy olyan C pontból, amelyre $\angle CAB \approx 90^\circ$, megméri AB látószögét, és az $\angle ACB = \alpha \approx 20^\circ$ értéket kapja. Ezután a szakadék AB irányával hozzávetőleg párhuzamosan halad a B végpont felé $x = 100$ métert, s az így elért D pontból ismét megméri AB látószögét. Eredményül $\angle ADB = \beta \approx 22^\circ$ értéket kap. Ezután elégedetten hazamegy, mert jó matematikus, és bizonyosra veszi, hogy ennyi adatból meg tudja határozni a szakadék hosszát. Hogyan okoskodhat?

2.13. feladat: Gauss (1777–1855), a nagy német matematikus az üstökösök mozgását vizsgálva érdekes eredményre jutott. Megállapította, hogy a parabolapályán mozgó üstökös

$$(1) t = \frac{\sqrt{8}}{3G} (1 + 2k) \sqrt{1 - k}$$

napig tartózkodik a Föld pályáján belül. Itt $G = 0,0172021$ az ún. Gauss-féle konstans, $0 < k < 1$ pedig az üstökös és a Föld pályájára jellemző paraméter. A formula alapján állapítsuk meg, hogy legfeljebb hány napig tartózkodhat egy üstökös a Föld pályáján belül!

2.14. feladat: Egy kisbolygón élő csillagász az ábrán O-val jelölt megfigyelőállásából egyenletesen mozgó, nagy sebességgel haladó űrhajót észlel. Tegyük fel, hogy a megfigyelés kezdetén az űrhajó az A pontban van, ekkor a csillagász az OA irányt valamelyik állócsillaghoz rögzíti. Az űrhajó t_1 idő múlva a B, t_2 idő múlva a C pontba kerül, a két helyzetében $\angle AOB = \alpha$ és $\angle AOC = \beta$ az észlelési szög. (Az OB és OC irányokat ismét az állócsillagokhoz képest állapítja meg a tudós.) Határozzuk meg t_1 , t_2 , α és β függvényében az űrhajó látszólagos pályáját; azaz határozzuk meg az űrhajó irányát, valamint például azt az időt, amikor a lehető legjobban megközelíti a csillagász kisbolygóját!



3. Gyakorlati feladatok a Földön

3.1. feladat: Amikor Kolombusz ismertette India nyugati irányban történő megközelítésére vonatkozó tervét a portugál királlyal, úgy becsülte, hogy a Föld szélességi körét követve Portugália nyugati partja és Cipango (Japán) között 4500 km a távolság. (Stephen Marlow szerint.) Valójában mekkora ez az út a 38° szélességi kör mentén haladva? Lisszabon a nyugati hosszúság 9° , Sendai (Japán) a keleti hosszúság 141° mentén fekszik.

3.2. feladat: A Föld felszínén kiválasztunk két pontot, például Budapest és Sydney városát. Budapestből Sydneybe elméletben négyféleképpen tesszük meg az utat.

- Először keletnek tartunk, majd a megfelelő hosszúsági kört elérve délnek fordulunk.
- Először dél felé indulunk, majd a megfelelő szélességi körön kelet felé megyünk.
- A Föld felszínén légvonalban a lehető legrövidebb úton haladunk.
- Alagutat ásunk, és nyílegyenesen, a Föld belsejében haladva érjük el Sydneyt.

Melyik hosszabb, az a) vagy a b) útvonal? Milyen hosszúak az a) – d) útvonalak?

A földrajzi koordináták: Budapest(Ész. $47,5^\circ$, KH. 19°), Sydney(DSz. $34,5^\circ$, KH. 151°).

3.3. feladat: Érdekesképpen kiszámolhatjuk, mekkora a Budapest–Sydney alagút földfelszínőtől mért legnagyobb mélysége.

3.5. feladat: Egy csillagász észreveszi, hogy egy óriásmeteor közelít a Földhöz. Az égitest látszólagos átmérője egy hét alatt 5%-kal nőtt. Körülbelül mennyi idő múlva érkezik Földközélbe a meteor?

3.7. feladat: Mi van a Föld túloldalán, Budapesttel „szemközt”? Budapest földrajzi helyzete közelítőleg Ész. $47,5^\circ$, KH. 19° .

3.8. feladat: A Földről nézve mekkora a Hold látszólagos átmérője?

3.9. feladat: A festők gyakran ábrázolják a Holdat két körívvel. Helyesen?

3.11. feladat: Egy Föld felé közeledő üstökös látszólagos átmérője 1 hónap alatt megkétszereződött. Mennyi idő múlva érkezik földközélbe?