Szakköri feladatsor – munkafájl

Minimum meghatározása:

Min. $\sqrt{2x^2-6x+9}+\sqrt{2x^2+6x+9}$
M1: K^2 minimuma (alg. mo.), M2: táv.
A(0, 3), B(x, x), C(0, –3) és hsz-egyn

Min. $\sqrt{x^2+a^2}+\sqrt{(b-x)^2+a^2}$
M: A(0, a), B(b, a), P(x, 0) és tükrözési elv

a, b, c egy háromszög oldalai. Bbe, hogy a $b^2x^2 + (b^2 + c^2 - a^2)x + c^2 = 0$ egyenletnek nincs valós gyöke. M: mf.

v81. g1258. $x(x + 1)(x + 2)(x + 3)$ kifejezés minimuma és a [–2, –1] között felvett legnagyobb értéke? M: ≥ 9/16
M1: szimm. szorzás, másodfokú;
M2: szimm. helyettesítés (graf.)

$y = (x - 1)(x + 2)(x + 3)(x + 6)$

$f(x) = (x^2 - 1)(x^2 + 2)$;

c281. Robinsonnak 200000 szál haja volt, amikor a lakatlan szigetre vetődött. Ekkor hajszálai átlagosan 5 cm hosszúak voltak. A hajszálai naponta 0.5 mm-t nőttek, de átlagosan 50 szál haja ki is hullott. (Robinson nem vágott hajat.) Hány nap múlva érte el Robinson fején a hajszálak hosszának összege a maximumát?

a) Két merőleges egyenesen;
b) két általános egyenesen;
c) két koncentrikus körön egyenletes sebességgel mozgó pontok távolság-függvénye. M: mf.

Adott pontból egyenes vonalon, egyenletes sebességgel haladó autót kell elérnünk. Milyen irányból célszerű megközelíteni?

h34. Egy függőleges tartályban víz van. Hová kell a tartály falába nyílást vágni, hogy a vízsugár a lehető legmesszebbre jusson, ha gondoskodunk arról, hogy a tartályban a folyadékmagasság állandó maradjon?

Bbe: $16x^4 + 16x^3 + 32x^2 + 16x - 3 >> 0$;
M: x = 0.5 gyök és mon.

R915. $a^3 + b^3 \ge a^2b + ab^2$, ha a, b > 0;

R916. $a^4 + b^4 \ge ab(a^2 + b^2)$;

$a^2+b^2 \le \frac{a^3}{b}+\frac{b^3}{a}$ ha a, b > 0;

$a^2 + b^2 + c^2 \ge ab + bc + ac$;

$a^2 + b^2 + c^2 + 3/4 \ge a + b + c$

$a^2 + b^2 + 1 \ge ab + a + b$

k10. $-1/2 \le ab + bc + ca \le 1/2$, ha $a^2 + b^2 + c^2 = 1$;

$ab + bc + ac \le 0$, ha $a + b + c = 0$;

g811. $(1 + 1/x)(1 + 1/y) \ge 9$, ha x, y > 0, x + y = 1;

$(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) \ge 9$; M: Sz-H

(2) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \ge \frac{9}{a+b+c}$, ha a,b,c > 0.
M: hatvk: Sz-H-k

$\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b} \ge 6$; M: reciprok

$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}$

(2) Az a, b, c pozitív egész számok összege 300. Hat. meg az $\frac{a+2b}{bc}+\frac{b+2c}{ac}+\frac{c+2a}{ab}$ kif. minimumát. M: hatvk: $\frac{(a+b+c)^2}{abc}$

a, b, c > 0, a + b + c = 1; $K = \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$.

$\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a} \ge 3$;

R936. $(a + b)(b + c)(c + a) \ge 8abc$;
R939. $(a^2+b^2)c+(b^2+c^2)a+(c^2+a^2)b \ge 6abc$;