

Szakköri feladatsor 3. – számelmélet

15. Bbe, hogy három szomszédos pozitív egész szám szorzata, ha a középső szám egy egész szám köbe, osztható 504-gyel.

16. Sch15. a) Hat. meg az n természetes számot, ha $n^2 + 11n + 34$ négyzetszám.

F2: b) Ue. a feladat az egész számok halmazán

17. Határozzuk meg azokat a derékszögű háromszögeket, melyek oldalai egész számok, és a kerületük és területük mérőszáma megegyezik.

18. S16.3. Határozzuk meg azt a legkisebb pozitív egész x számot, amelyre az alábbi törtek már nem egyszerűsíthetők (a számlálójuk és nevezőjük relatív prím):

$$\frac{3x+9}{8}, \frac{3x+10}{9}, \frac{3x+11}{10}, \dots, \frac{3x+49}{48}.$$

19. v87. Bbe, hogy megadható 1324 olyan 1987-nél kisebb különböző pozitív egész szám, amelyek között nincs három egymáshoz páronként relatív prím.

20. (o63) Egy kétjegyű számhoz adjuk hozzá számjegyeinek összegét, majd az így nyert számhoz újra adjuk hozzá számjegyeinek összegét. Így olyan kétjegyű számhoz jutunk, melynek jegyei az eredeti szám jegyei fordított sorrendben. Melyik ez a szám?

Szakköri feladatsor 4. – számelmélet, geometria

21. Legyen $a < b < c$ három szomszédos pozitív egész szám. Adjuk meg az összes d egész számot, amelyre $c \leq d$, és az a, b, c, d egész számokra teljesül, hogy közülük 2-2 szorzata egyenlő. (Vagyis: $abcd$ négyzetszám.)

22. Hány négyjegyű pozitív egész szám van, amely 3-mal osztható, és van benne 6-os számjegy?

23. Határozzuk meg annak a háromszögnek a szögeit, amelyre teljesül, hogy

a) a C csúcsból húzott magasságvonal és súlyvonal három egyenlő részre osztja az ACB szöget.

b) a C csúcsból húzott magasságvonal, szögfelező és súlyvonal négy egyenlő részre osztja az ACB szöget.

24. Az ABC háromszög oldalainak hossza $a = 5$, $b = 6$, $c = 7$. A háromszög három csúcsa köré egy-egy kört szerkesztünk úgy, hogy a három kör egymást páronként érinti. Mekkora a három kör közötti bezárt terület?

25. Határozzuk meg az m, n pozitív egész számokat, ha $(m; n) = 120$ és $5mn$ négyzetszám.

26. a) Igaz-e, hogy 5 egész szám között van 3, melyek összege 3-mal osztható?

b) Bizonyítsuk be, hogy 17 egész szám között van 9, melyek összege 9-cel osztható.